Desequilibrio y pérdidas en las instalaciones eléctricas

Félix Redondo Quintela
Juan Manuel García Arévalo
Norberto Redondo Melchor
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial. Universidad de Salamanca
37700 Béjar (Salamanca)

Resumen

Se muestra en este artículo cómo la extracción de potencia de la red eléctrica por medio de un receptor monofásico puede multiplicar por seis la potencia perdida respecto a las menores pérdidas posibles. Se demuestra que, fijado el factor de potencia, las mínimas pérdidas se producen si la potencia se demanda por medio de un receptor trifásico equilibrado. Se generaliza la demostración para un sistema de cualquier número de fases y se analiza un caso práctico.

Introducción

La influencia de los receptores en la *eficiencia del sistema eléctrico* ha sido y es un tema de permanente atención. La búsqueda se dirige hora principalmente a averiguar las influencias negativas provocadas por los armónicos que los receptores 'no lineales' hacen aparecer en la tensión de la red y a crear magnitudes adecuadas para la medida de estas perturbaciones[1]. Sin embargo siguen existiendo influencias negativas de las cargas 'lineales' cuya disminución no sólo no se ha acometido, sino que, en algún caso, las soluciones adoptadas no consiguen el objetivo perseguido. El bajo factor de potencia de los receptores como causa del incremento de pérdidas de energía en la distribución es la única de las influencias perjudiciales que ha merecido un intento generalizado de control por las empresas de distribución de energía eléctrica y por las administraciones de los países desarrollados. En España se penaliza económicamente con el recargo por consumo de energía reactiva a los consumidores cuyos receptores presentan un factor de potencia equivalente en el período de facturación inferior a 0.9 y se les bonifica si es superior[2]. Sin embargo, este procedimiento, que es de total eficacia en distribución monofásica, puede resultar contraproducente en distribución trifásica, pues la corrección del factor de potencia de un receptor trifásico no garantiza menores pérdidas en el sistema eléctrico, sino que, según los casos, puede aumentarlas. Pero, como el sistema de penalización o bonificación establecido por la legislación española está basado en el valor del factor de potencia de los receptores, su mejora siempre favorece al consumidor, incluso en los casos en que la corrección aumenta las pérdidas en el sistema eléctrico[2][3][4].

Otra característica de los receptores que provoca pérdidas de energía en el sistema eléctrico de distribución trifásica es el desequilibrio de las cargas. Pero, en este caso, salvo recomendaciones generales de reparto equilibrado dirigidas a los instaladores[5], no existen acciones encaminadas a persuadir al consumidor para que procure el equilibrio de su carga. Quizá sea porque el perjudicado principal es ahora el propio abonado. En lo que sigue se incluyen algunos ejemplos con distintos receptores, comparando las pérdidas que ocasionan en el sistema eléctrico, y se muestra cómo las menores pérdidas se producen cuando se utilizan receptores trifásicos equilibrados. Se extiende esta conclusión a receptores de cualquier número de fases.

La potencia de un receptor trifásico

La distribución trifásica habitual se realiza mediante líneas de cuatro hilos (tres fases, *R, S* y *T*, y neutro *N*). La potencia activa que absorbe un receptor trifásico (fig. 1) es

$$P = V_R I_R \cos\varphi_R + V_S I_S \cos\varphi_S + V_T I_T \cos\varphi_T$$

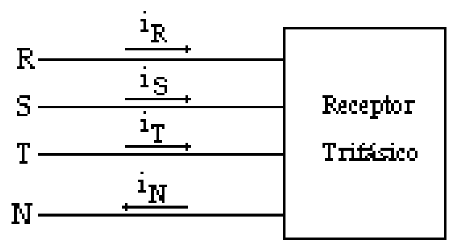

Fig. 1

donde V_R, V_S y V_T son los valores eficaces de las tensiones entre cada fase y el neutro. I_R, I_S e I_T son los valores eficaces de las intensidades de línea, números reales positivos o nulos por tanto, y φ_R, φ_S y φ_T las diferencias de fase entre las tensiones v_R, v_S y v_T y las intensidades i_R, i_S e i_T respectivamente, con independencia de la forma de conexión del receptor trifásico y de su grado de desequilibrio. Incluso si la carga no está conectada al neutro, esté en estrella o en triángulo, o aunque esté formada por diferentes receptores monofásicos conectados entre las fases y entre las fases y el neutro, en cualquier orden y de cualquier forma, la fórmula anterior es válida[3][6]. Los términos

$$P_R = V_R I_R \cos\varphi_R; \quad P_S = V_S I_S \cos\varphi_S; \quad P_T = V_T I_T \cos\varphi_T$$

se llaman potencia activa entregada al receptor por las fases *R, S* y *T* respectivamente. La potencia que se pierde en las fases y el neutro es

$$P_P = R_R I_R^2 + R_S I_S^2 + R_T I_T^2 + R_N I_N^2$$

Si los conductores tienen la misma resistencia *R*,

$$P_P = R\left(I_R^2 + I_S^2 + I_T^2 + I_N^2\right)$$

Las recomendaciones de equilibrar la carga suelen justificarse por la conveniencia de que las tensiones de la línea permanezcan también equilibradas, ya que distintos valores de las intensidades de las fases producen caídas diferentes de tensión debidas a las impedancias de los conductores de la línea; pero no suelen citarse las pérdidas de energía como razones que aconsejen el equilibrio de las cargas, ni tampoco las compañías distribuidoras ni la legislación han establecido procedimiento alguno con el fin de persuadir a los consumidores para equilibrarlas, como sí han hecho para disuadir del consumo de energía reactiva. Sólo el Reglamento Electrotécnico de Baja Tensión en su Instrucción MIE BT 017 recomienda el equilibrio. Y, sin embargo, como veremos, la asimetría de las cargas provoca incrementos de las pérdidas.

Un ejemplo extremo

Con objeto de mostrar, en una primera aproximación, que los desequilibrios de las cargas incrementan las pérdidas en las líneas de distribución, examinaremos un caso de desequilibrio extremo.

Si de una línea de tensiones equilibradas se absorbe una potencia P por una carga trifásica equilibrada de factor de potencia $\cos\varphi$, la intensidad por cada fase vale

$$I_e = \frac{P}{\left|\sqrt{3}\right| U \cos\varphi}$$

U es el valor eficaz de la tensión entre fases de la línea de alimentación. La intensidad del neutro es nula. Por tanto la potencia que se pierde en la línea vale

$$P_{Pe} = 3RI_e^2 = 3R\frac{P^2}{3U^2\cos^2\varphi} = R\frac{P^2}{U^2\cos^2\varphi}$$

Si la misma potencia es absorbida por una carga monofásica del mismo factor de potencia que la trifásica anterior conectada entre dos fases, la intensidad por esas dos fases vale

$$I_m = \frac{P}{U\cos\varphi}$$

Y es nula en el resto de los conductores; por tanto la potencia perdida vale

$$P_{Pm} = 2RI_m^2 = 2R\frac{P^2}{U^2\cos^2\varphi}$$

De forma que

$$\frac{P_{Pm}}{P_{Pe}} = 2$$

Es decir, sólo por causa del desequilibrio se ha duplicado la potencia perdida en la línea.

Si un receptor monofásico que absorba la misma potencia con el mismo factor de potencia se conecta entre fase y neutro los efectos son peores, ya que entonces la intensidad vale

$$I_{m1} = \frac{P}{V\cos\varphi} = \frac{\left|\sqrt{3}\right|P}{U\cos\varphi}$$

Y la potencia perdida en la línea

$$P_{P1} = 2RI_{m1}^2 = 2R\frac{3P^2}{U^2\cos^2\varphi} = 6R\frac{P^2}{U^2\cos^2\varphi}$$

Con lo que

$$\frac{P_{P1}}{P_{Pe}} = 6$$

Resultando que la potencia perdida en la línea se multiplica por seis respecto a la que se pierde cuando la misma potencia se entrega a una carga trifásica equilibrada. Se ha supuesto que el conductor neutro tiene la misma resistencia que cada una de las fases, y que la caída de tensión en cada caso no produce desequilibrio ni variación apreciables de las tensiones de los receptores.

Minimización de la potencia perdida en la línea de alimentación de un receptor trifásico

Trataremos, ya de forma general, de averiguar los valores de las intensidades de alimentación de una carga trifásica para suministrarle una potencia P de forma que la potencia perdida en la línea sea mínima. Supondremos siempre las tensiones de la línea equilibradas. Entonces la potencia que absorbe la carga trifásica es

$$P = V\left(I_R\cos\varphi_R + I_S\cos\varphi_S + I_T\cos\varphi_T\right)$$

Supondremos además idéntico factor de potencia en la carga de cada fase. Por tanto

$$P = V\cos\varphi\left(I_R + I_S + I_T\right)$$

con $\cos\varphi \neq 0$. La potencia que se pierde en la línea es

$$P_P = R\left(I_R^2 + I_S^2 + I_T^2 + I_N^2\right)$$

La solución se obtiene hallando los valores de I_R, I_S, I_T e I_N que mantienen fijo el valor de P y hacen mínimo el valor de P_P. El problema puede resolverse por medio del método de los multiplicadores de Lagrange[7]. Para ello utilizaremos la función auxiliar

$$F\left(I_R, I_S, I_T, I_N\right) = R\left(I_R^2 + I_S^2 + I_T^2 + I_N^2\right) + m\left[V\cos\varphi\left(I_R + I_S + I_T\right) - P\right]$$

que es una combinación lineal de la función P_P y la restricción que consiste en mantener P constante. Hallamos sus derivadas parciales respecto a las variables e igualamos a cero:

$$\frac{\partial F}{\partial I_R} = 2RI_R + mV\cos\varphi \qquad\qquad 2RI_R + mV\cos\varphi = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial I_S} = 2RI_S + mV\cos\varphi \qquad\qquad 2RI_S + mV\cos\varphi = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial I_T} = 2RI_T + mV\cos\varphi \qquad\qquad 2RI_T + mV\cos\varphi = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial I_N} = 2RI_N \qquad\qquad 2RI_N = 0$$

$$V\cos\varphi\left(I_R + I_S + I_T\right) - P = 0$$

Los extremos relativos que satisfacen la restricción se encuentran entre las soluciones del sistema de ecuaciones de la columna derecha. De las tres primeras se obtiene

$$2RI_R + mV\cos\varphi = 2RI_S + mV\cos\varphi = 2RI_T + mV\cos\varphi$$

que proporcionan las igualdades:

$$I_R = I_S = I_T$$

De la cuarta, como $R \neq 0$, se obtiene para el valor de la intensidad en el neutro

$$I_N = 0$$

Y de la quinta el valor eficaz común de las tres intensidades de fase:

$$I_R = I_S = I_T = \frac{P}{3V\cos\varphi} = \frac{P}{\left|\sqrt{3}\right| U\cos\varphi}$$

Para esos valores la potencia perdida vale

$$P_P = R\left(I_R^2 + I_S^2 + I_T^2 + I_N^2\right) = 3RI_R^2$$

Es decir, en

$$I_R = I_S = I_T = \frac{P}{\left|\sqrt{3}\right| U \cos\varphi}, \quad I_N = 0$$

existe un extremo relativo de la potencia perdida, que es un mínimo, pues, si desde esos valores iguales se incrementa cualquiera de las intensidades de fase, por ejemplo I_R hasta $I_R + \Delta I_R$, para que la potencia entregada siga siendo la misma, las otras deben incrementarse en ΔI_S e ΔI_T de manera que

$$V\cos\varphi\left(I_R + I_S + I_T\right) = V\cos\varphi\left(I_R + \Delta I_R + I_S + \Delta I_S + I_T + \Delta I_T\right)$$

$$I_R + I_S + I_T = I_R + \Delta I_R + I_S + \Delta I_S + I_T + \Delta I_T$$

Es decir,

$$\Delta I_R + \Delta I_S + \Delta I_T = 0$$

y entonces la potencia perdida vale

$$P_P = R\left[\left(I_R + \Delta I_R\right)^2 + \left(I_S + \Delta I_S\right)^2 + \left(I_T + \Delta I_T\right)^2\right] =$$

$$= R\left[I_R^2 + 2I_R\Delta I_R + \left(\Delta I_R\right)^2 + I_S^2 + 2I_S\Delta I_S + \left(\Delta I_S\right)^2 + I_T^2 + 2I_T\Delta I_T + \left(\Delta I_T\right)^2\right] =$$

$$= R\left[3I_R^2 + 2I_R\left(\Delta I_R + \Delta I_S + \Delta I_T\right) + \left(\Delta I_R\right)^2 + \left(\Delta I_S\right)^2 + \left(\Delta I_T\right)^2\right] =$$

$$= R\left[3I_R^2 + \left(\Delta I_R\right)^2 + \left(\Delta I_S\right)^2 + \left(\Delta I_T\right)^2\right] > 3RI_R^2$$

Resulta por tanto que la forma de obtener una potencia P de una línea trifásica de tensiones equilibradas de manera que la potencia perdida sea mínima es por medio de un receptor trifásico que absorba por las fases intensidades de idéntico valor eficaz y por el neutro intensidad nula. Pero esa intensidad es la absorbida por un receptor trifásico equilibrado. Por eso, siempre que sea posible, conviene obtener del sistema eléctrico la potencia que se requiera por medio de receptores trifásicos equilibrados. Para un factor de potencia dado las pérdidas de distribución son así mínimas. Si además el factor de potencia es la unidad, las pérdidas son las más pequeñas posibles. Por ejemplo, si se trata de calentar un horno con una potencia P, para minimizar la potencia perdida en la línea de alimentación es preferible hacerlo con tres resistencias iguales conectadas en estrella o en triángulo en vez de calentar con una sola resistencia entre dos fases o entre fase y neutro. Como se ve, la existencia o no de conductor neutro no influye en el valor de la potencia perdida cuando se adopta la solución óptima de receptor trifásico equilibrado.

Generalización a sistemas polifásicos cualesquiera

Las conclusiones anteriores pueden enunciarse de una forma más general, pues, como veremos, son ciertas para sistemas polifásicos de más de tres fases. En efecto, si una línea de p fases suministra una potencia P a un receptor p-fásico, se tiene:

$$P = V_1 I_1 \cos\varphi_1 + V_2 I_2 \cos\varphi_2 + ... + V_p I_p \cos\varphi_p$$

Si los valores eficaces de las tensiones son iguales y también lo son los factores de potencia de cada fase, la potencia que absorbe el receptor polifásico es

$$P = V\cos\varphi\left(I_1 + I_2 + ... + I_p\right)$$

y la potencia que se pierde en las fases y el neutro es

$$P_p = R\left(I_1^2 + I_2^2 + ... + I_p^2 + I_N^2\right)$$

que debe minimizarse. Para ello aplicamos de nuevo el método de los multiplicadores de Lagrange:

$$F(I_1, I_2, ..., I_p, I_N) = R(I_1^2 + I_2^2 + ... + I_p^2 + I_N^2) + m[V\cos\varphi(I_1 + I_2 + ... + I_p) - P]$$

Hallamos las derivadas parciales e igualamos a cero:

$$\frac{\partial F}{\partial I_1} = 2RI_1 + mV\cos\varphi \qquad 2RI_1 + mV\cos\varphi = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial I_2} = 2RI_2 + mV\cos\varphi \qquad 2RI_2 + mV\cos\varphi = 0$$

$$... \quad ... \quad ... \qquad ... \quad ... \quad ...$$

$$\frac{\partial F}{\partial I_p} = 2RI_p + mV\cos\varphi \qquad 2RI_p + mV\cos\varphi = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial I_N} = 2RI_N \qquad 2RI_N = 0$$

$$V\cos\varphi\left(I_1 + I_2 + ... + I_p\right) - P = 0$$

De las p primeras ecuaciones se obtienen las igualdades

$$2RI_1 + mV\cos\varphi = 2RI_2 + mV\cos\varphi = \ldots = 2RI_p + mV\cos\varphi$$

Y de ellas la igualdad de las intensidades de fase:

$$I_1 = I_2 = \ldots = I_p$$

De la ecuación p+1 se obtiene el valor nulo de la intensidad en el neutro:

$$I_N = 0$$

Y de la última el valor común de las p intensidades de fase:

$$I_1 = I_2 = \ldots = I_p = \frac{P}{pV\cos\varphi}$$

De forma similar al caso de receptor trifásico se comprueba que en este punto existe un mínimo de la potencia perdida.

Resulta pues que, para perder la mínima potencia, el valor eficaz de la intensidad debe ser el mismo en todas las fases y nulo en el conductor neutro. Pero estas condiciones las cumple un sistema p-fásico equilibrado de intensidades, todas las cuales tienen el mismo valor eficaz, están desfasadas entre sí $2\pi / p$ radianes y la suma de sus fasores, que es la intensidad por el neutro, es cero. Por tanto, si se ha de obtener una potencia P de un sistema polifásico de tensiones equilibradas, debe extraerse por medio de receptores equilibrados. Si además el factor de potencia del receptor equilibrado es la unidad, la potencia perdida será la mínima posible.

Un caso práctico

Nos referiremos a un local de unos 250 m^2 que aloja un pequeño supermercado de barrio, al que la energía eléctrica llega por una línea trifásica de U=220 V. La factura es de unas 75 000 pesetas por mes (unas 900 000 pesetas por año). La potencia instalada corresponde al alumbrado, 2 kW, los motores monofásicos de refrigeración de las vitrinas y mostradores, 2 kW, un termo monofásico de agua caliente, 1.5 kW, pequeños ventiladores monofásicos, 1.5 kW en total, y tres pequeños motores trifásicos de potencias comprendidas entre 1.5 y 2 kW para las cámaras frigoríficas. El control de la potencia se efectúa por un ICP (interruptor de control de potencia) de 63 A. La potencia máxima demandada por la instalación no supera los 12.5 kW, aunque se observa que la mayoría de los receptores monofásicos están conectados a la fase R, de forma que se miden intensidades de hasta 52 A en la fase R, y 43 y 21 A respectivamente en las otras dos. El factor de potencia medio es próximo a 0.85.

Una potencia de 12.5 kW con factor de potencia 0.85 absorbida por un receptor equilibrado requeriría una intensidad por cada fase de

$$I_{mín} = \frac{P}{\left|\sqrt{3}\right| U \cos\varphi} = \frac{12.5 \times 10^3}{\left|\sqrt{3}\right| \times 220 \times 0,85} == 38.6 \text{ A}$$

con una potencia perdida en los conductores de la instalación

$$P_{Pmín} = R\left(I_R^2 + I_S^2 + I_T^2\right) = 3RI_{mín}^2 = 3 \times 38.6^2 R = 4470R$$

Sin embargo, en las puntas reales de demanda la potencia perdida es

$$P_{\mathrm{Pr}eal} = R\left(I_R^2 + I_S^2 + I_T^2\right) = \left(52^2 + 43^2 + 21^2\right) R = 4994R$$

Considerando una longitud del cableado de la instalación de unos 200 m por fase, 1.72 μΩcm de resistividad y 6 mm^2 de sección media, la resistencia por fase es

$$R = \rho \frac{l}{s} = 1.72 \times 10^{-8} \frac{200}{6 \times 10^{-6}} = 0.573\ \Omega$$

Con lo que la potencia perdida en las dos situaciones es

$$P_{pmín} = 4470R = 4470 \times 0.573 = 2562 \text{ W}$$

$$P_{preal} = 4994R = 4994 \times 0.573 = 2863 \text{ W}$$

La diferencia de casi 300 W se debe exclusivamente al deficiente reparto de la carga.

La estimación anterior se ha hecho suponiendo que la instalación funciona a plena carga con intensidades por fase de 52, 43 y 21 A. Un régimen de funcionamiento normal ofrecía valores medios de intensidad de fase de 30.45, 18.75 y 13.50 A respectivamente y factor de potencia 0.85, de forma que la potencia media de la instalación era

$$P = V\cos\varphi\left(I_R + I_S + I_T\right) = \frac{220}{\left|\sqrt{3}\right|} \times 0.85\left(30.45 + 18.75 + 13.50\right) = 6770 \text{ W} = 6.77 \text{ kW}$$

Para esa potencia, si el reparto estuviera equilibrado, la intensidad por cada fase sería

$$I_e = \frac{P}{\left|\sqrt{3}\right| U \cos\varphi} = \frac{6770}{\left|\sqrt{3}\right| \times 220 \times 0.85} = 20.9 \text{ A}$$

Y la potencia perdida

$$P_P = 3RI_e^2 = 3 \times 0.573 \times 20.9^2 = 751 \text{ W}$$

La potencia realmente perdida es

$$P_{preal} = 0.573\left(30.45^2 + 18.75^2 + 13.50^2\right) = 837 \text{ W}$$

La diferencia, de 86 W, es una pérdida constante durante la mayor parte del año. Al precio de 20 ptas/kWh (tarifa 3.0, impuestos y gastos fijos incluidos), estimando un funcionamiento a este régimen de 18 horas diarias, las pérdidas anuales debidas al desequilibrio son, en pesetas

$$0.086(\text{kW}) \times 18\left(\frac{\text{h}}{\text{día}}\right) \times 30\left(\frac{\text{días}}{\text{mes}}\right) \times 12\left(\frac{\text{meses}}{\text{año}}\right) \times 20\left(\frac{\text{ptas}}{\text{kWh}}\right) = 11145 \text{ ptas/año}$$

Este costía hubiera sido fácil de evitar, pues se debe sólo al desequilibrio de la carga, derivado de un deficiente diseño de la instalación o de una despreocupada ejecución del proyecto.

Conclusiones

Para reducir pérdidas por desequilibrio, siempre que sea posible han de preferirse receptores polifásicos equilibrados a otros desequilibrados o monofásicos que cumplan la misma función.

El reparto de la carga de una instalación entre las fases ha de hacerse procurando que en todas las hipótesis de funcionamiento la intensidad sea la misma en las tres fases. Cargar, por ejemplo, sobre una fase todo el alumbrado de una sección que con frecuencia funcione cuando el resto de la instalación está desconectada, producirá pérdidas por desequilibrio aunque el balance global del reparto resulte equilibrado en toda la instalación.

Una vez realizada una instalación suele ser muy difícil su modificación, por lo que es en el diseño y en su ejecución donde ha de ponerse cuidado para conseguir el continuo funcionamiento equilibrado y, por tanto, el permanente ahorro que le acompaña.

Las mayores pérdidas por desequilibrio se producen en las proximidades de las cargas y, principalmente, en la instalación del abonado. A medida que las líneas alimentan simultáneamente receptores más diversos, los desequilibrios suelen compensarse. Esto es lo que ocurre en la parte del sistema eléctrico alejada de los consumidores. Por tanto el desequilibrio de su carga perjudica al propio consumidor, más cuanto mayor sea la extensión de su instalación.

Referencias

[1] Zamora y Macho. *Estudio bibliográfico sobre distorsión armónica producida por convertidores estáticos*. IBERDROLA. 1997

[2] Ministerio de Industria y Energía. *Orden Ministerial de 12 de enero de 1995*.

[3] Redondo Quintela F. *Redes con Excitación Sinusoidal*. Ed. REVIDE, S. L. Béjar, 1997.

[4] Redondo Quintela F. *Energía reactiva y disminución de las pérdidas en distribución de energía eléctrica*. Energía. Revista de ingeniería energética y medioambiental. Julio y agosto de 1998.

[5] Ministerio de Industria y Energía. *Instrucción complementaria número 17 del Reglamento Electrotécnico para Baja Tensión*. Madrid 1973.

[6] Redondo Quintela F. *Redes Eléctricas de Kirchhoff.* Ed. REVIDE, S. L. Béjar, 1999.

[7] Martínez Salas J. *Elementos de Matemáticas*. Ed. Lex Nova. Valladolid, 1992.