INDICACIONES

1. **OPTATIVIDAD:** El examen consta de cuatro apartados: un apartado con un problema obligatorio y 3 apartados con la posibilidad de elegir entre dos problemas. Se deberá responder a un máximo de **CUATRO PROBLEMAS**: el problema obligatorio (apartado 2) y solamente un problema de cada uno de los tres apartados restantes. No es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciados, pero se expresará claramente cuáles son los elegidos. En caso de responder a dos problemas de un mismo apartado, sólo se corregirá el que aparezca en primer lugar según el orden de numeración de pliegos y hojas de cada pliego y que no aparezca totalmente tachado.
2. **CALCULADORA:** Podrán usarse calculadoras no programables, que no admitan memoria para texto, ni para resolución de ecuaciones ni cálculo matricial, ni para resolución de integrales, ni para representaciones gráficas.
3. **CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada uno de los problemas se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos.** Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver; justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas; claridad y coherencia en la exposición; precisión en los cálculos y en las notaciones. **Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales**, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.
4. **DEDUCCIONES POR ERRORES ORTOGRÁFICOS Y GRAMATICALES:** Se penalizarán los errores ortográficos (grafías, tildes y puntuación) cometidos, hasta un máximo de un punto en la nota global del examen, teniéndose en cuenta que la repetición del mismo error se contabilizará como sólo uno, los dos primeros errores no se penalizarán y, a partir del tercer error ortográfico, se deducirá 0,1 puntos por error. Por errores en la redacción, en la presentación, incoherencia o incorreción léxica o gramatical se podrá deducir un máximo de medio punto de la nota global.
5. El examen debe realizarse usando **bolígrafo azul o negro** (sólo un color). No pueden usarse ni lápiz, ni bolígrafo borrable, ni bolígrafo de otro color.

APARTADO 1: (elegir UN problema)

Problema 1A. (Propuesto en Extremadura, Modelo 0 de 2025)

Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} mx + 2y + z = 1 \\ 2x + my + z = m \\ 5x + 2y + z = 1 \end{cases} \quad \text{donde } m \in \mathbb{R}$$

a) Discutir el sistema de ecuaciones según los valores del parámetro m, indicando el número de soluciones en cada caso. **(1,5 puntos)**

b) Resolver, razonadamente, el sistema de ecuaciones para $m = 3$. **(1 punto)**

Problema 1B.

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $N = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$.

a) Calcular la matriz $M = A^tA - BB^t$, donde A^t y B^t representan las matrices transpuestas de A y B, respectivamente. **(1 punto)**

b) Hallar la matriz X que cumple la igualdad $XN = C$. **(1,5 puntos)**

APARTADO 2: (obligatorio)

Problema 2.

Se considera la función $f(x) = 2xe^{-2x^2}$.

a) Determinar su dominio de definición, intervalos de crecimiento y decrecimiento, sus máximos y mínimos relativos y sus asíntotas. **(1,5 puntos)**

b) Calcular el área de la región limitada por la gráfica de la función f y el eje de abscisas en el intervalo [0,2]. **(1 punto)**

APARTADO 3: (elegir UN problema)

Problema 3A.

Sean las rectas $r \equiv \frac{x}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ y $s \equiv x - 1 = \frac{y-m}{m-1} = \frac{z-3}{3}$.

a) Comprobar que las rectas r y s se cortan para cualquier valor de m. **(1,5 puntos)**

b) Para $m = 6$ hallar el punto de intersección de las rectas r y s. **(1 punto)**

Problema 3B.

Se considera el vector $\vec{u} = (3, -1, 5)$.

a) Determinar a para que el vector $\vec{t} = (1, a, 0)$ sea perpendicular a $\vec{u}$. **(0,75 puntos)**

b) Determinar un vector $\vec{w}$ perpendicular a $\vec{u} = (3, -1, 5)$ y $\vec{v} = (2, 6, 0)$. **(0,75 puntos)**

c) Dados $\vec{u} = (3, -1, 5)$, $\vec{v} = (2, 6, 0)$ y $\vec{w} = (-3, 1, 2)$. Determinar el volumen del paralelepípedo definido por los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$. **(1 punto)**

APARTADO 4: (elegir UN problema)

Problema 4A.

Se sabe que la probabilidad de que un autobús de línea regular entre Madrid y Burgos sufra un accidente en día nublado es 0,09 y en día seco 0,005. Durante un periodo de 10 días ha habido 7 días secos y 3 nublados. Sabiendo que se ha producido un accidente en esos días, se pide:

a) Hallar la probabilidad de que fuera en día nublado. **(1,25 puntos)**

b) Hallar la probabilidad de que fuera en día seco. **(1,25 puntos)**

Problema 4B.

De una urna que contiene cuatro bolas rojas y dos azules, extraemos una bola y, sin devolverla a la urna, extraemos otra a continuación.

a) Hallar la probabilidad de que sean de distinto color. **(0,75 puntos)**

b) Hallar la probabilidad de que la segunda bola sea azul. **(0,75 puntos)**

c) Si la segunda bola es azul, hallar la probabilidad de que la primera sea roja. **(1 punto)**