

	<p align="center"><b>Pruebas de Acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado</b> Castilla y León</p>	<p align="center"><b>MATEMÁTICAS II</b></p>	<p align="center"><b>EJERCICIO</b>  Nº Páginas: 2</p>
---	---	---	---

**INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD:** El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.

**2.- CALCULADORA:** Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).

**CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN:** Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

### **OPCIÓN A**

**E1.-** a) Dadas las funciones  $f(x) = \ln(x)$  y  $g(x) = 1 - 2x$ , hallar el área del recinto plano limitado por las rectas  $x = 1$ ,  $x = 2$  y las gráficas de  $f(x)$  y  $g(x)$ . **(2 puntos)**

b) Dar un ejemplo de función continua en un punto y que no sea derivable en él. **(0,5 puntos)**

**E2.-** a) Si el término independiente de un polinomio  $p(x)$  es  $-5$  y el valor que toma  $p(x)$  para  $x = 3$  es  $7$ , ¿se puede asegurar que  $p(x)$  toma el valor  $2$  en algún punto del intervalo  $[0,3]$ ? Razonar la respuesta y enunciar los resultados teóricos que se utilicen. **(1,5 puntos)**

b) Calcular  $\int \frac{\cos(x)}{1 + \sin^2(x)} dx$ . **(1 punto)**

**E3.-** a) Sea  $B$  una matriz cuadrada de tamaño  $3 \times 3$  que verifica que  $B^2 = 16I$ , siendo  $I$  la matriz unidad. Calcular el determinante de  $B$ . **(1,5 puntos)**

b) Hallar todas las matrices  $X$  que satisfacen la ecuación  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . **(1 punto)**

**E4.-** Se consideran la recta  $r \equiv \begin{cases} x - y + az = 0, \\ ay - z = 4, \end{cases}$  con  $a \in \mathbb{R}$ , y el plano  $\pi \equiv x + y + z - 2 = 0$ .

a) Hallar los valores de  $a$  para los que  $r$  es paralela a  $\pi$ . **(1 punto)**

b) Para  $a = 2$ , hallar la distancia de  $r$  a  $\pi$ . **(1 punto)**

c) Para  $a = 1$ , hallar la distancia de  $r$  a  $\pi$ . **(0,5 puntos)**

## OPCIÓN B

**E1.-** Se desea construir una caja cerrada de base cuadrada con una capacidad de  $270 \text{ cm}^3$ . Para la tapa y la superficie lateral se usa un material que cuesta  $5\text{€cm}^2$  y para la base un material un 50% más caro. Hallar las dimensiones de la caja para que el coste sea mínimo.

**(2,5 puntos)**

**E2.-** Hallar el valor de  $a$  para que se verifique que

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x+a}{2x-1} \right)^{x+5} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x^3}{\text{sen}^2(x)}. \quad \text{(2,5 puntos)}$$

**E3.-** Consideramos el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x - y + az = 1+a, \\ x - ay + z = 1, \\ x + y + 3z = a. \end{cases}$$

a) Discutir el sistema para los distintos valores del parámetro  $a$ .

**(2 puntos)**

b) Resolver el sistema para  $a=1$ .

**(0,5 puntos)**

**E4.-** Dados el punto  $P(1,1,-1)$ , la recta  $r \equiv x = \frac{y+6}{4} = z-3$  y el plano  $\pi \equiv 6x + 6z - 12 = 0$ ,

se pide:

a) Hallar el punto simétrico de  $P$  respecto del plano  $\pi$ .

**(1,5 puntos)**

b) Hallar los puntos  $Q$  de  $r$  que distan  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  unidades de longitud de  $\pi$ .

**(1 punto)**